

OBCE/D-20**26029****BUSINESS MATHEMATICS-I****Paper-BC-105**

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 80

Note : Attempt *five* Questions in all. Question No 1 is compulsory.**नोट :** कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्न संख्या 1 अनिवार्य है।**COMPULSORY QUESTION****(अनिवार्य प्रश्न)****1.** Attempt all the following :

(i) If $y = \frac{x}{x+4}$, Show that $x \frac{dy}{dx} = y(1 - y)$. (4)

(ii) Evaluate : $\int \frac{a^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$. (4)

(iii) Find the values of x, y, z if $\begin{bmatrix} 2x + y & x - y \\ x - z & x + y + z \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

(iv) Evaluate : $\int_0^{1/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$. (4)

(v) Find the value of x so that the matrix $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ x & -2 & 3 \end{bmatrix}$ is

singular. (4)

निम्नलिखित सभी प्रश्न हल कीजिए :

(i) यदि $y = \frac{x}{x+4}$, प्रदर्शित कीजिए कि $x \frac{dy}{dx} = y(1-y)$.

(ii) मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{a^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.

(iii) यदि $\begin{bmatrix} 2x+y & x-y \\ x-z & x+y+z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 2 & 8 \end{bmatrix}$, तो x, y, z के मान

ज्ञात कीजिए।

(iv) मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{1/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

(v) x का मान ज्ञात कीजिए ताकि आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ x & -2 & 3 \end{bmatrix}$

अव्युत्क्रमणीय हो।

2. (i) If $y = x^x$, show that $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{1}{y} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - \frac{y}{x} = 0$. (7½)

(ii) If $u = \log \frac{x^2 + y^2}{xy}$, then show that $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$. (7½)

(i) यदि $y = x^x$, तो दिखाइए कि $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{1}{y} \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - \frac{y}{x} = 0$.

(ii) यदि $u = \log \frac{x^2 + y^2}{xy}$, तो दिखाइए कि $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$.

3. (i) Evaluate : $\int e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$. (7½)

(ii) Evaluate : $\int_0^1 |2x - 1| dx$. (7½)

(i) मान ज्ञात कीजिए : $\int e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$.

(ii) मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^1 |2x - 1| dx$.

4. (i) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, then find $f(A)$, where $f(x) = x^2 - 5x + 7$.

(7½)

(ii) Prove that $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & \beta & \gamma \\ \beta\gamma & \gamma\alpha & \alpha\beta \end{vmatrix} = (\beta - \gamma)(\gamma - \alpha)(\alpha - \beta).$

(7½)

(i) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, तो $f(A)$ ज्ञात कीजिए,

जहाँ $f(x) = x^2 - 5x + 7.$

(ii) सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & \beta & \gamma \\ \beta\gamma & \gamma\alpha & \alpha\beta \end{vmatrix} = (\beta - \gamma)(\gamma - \alpha)(\alpha - \beta).$

5. (i) Express $\begin{bmatrix} -1 & 7 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ as sum of a symmetric and skew-symmetric.

(7½)

(ii) If $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, verify that $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$

(7½)

(i) किसी सममित तथा विषम-सममित के योग के रूप में

$\begin{bmatrix} -1 & 7 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ को व्यक्त कीजिए।

(ii) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, तो सत्यापित कीजिए कि $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$

6. (i) Solve the system of equations $x + y + z = 6$;
 $2x - y + z = 3$ and $x - 2y + 3z = 6$. (7½)

(ii) The perimeter of a triangle is 45 cm. The longest side exceeds the shortest side by 8 cm and the sum of the length of the longest and the shortest side is twice the length of the other side. Find the lengths of sides of the triangle.

(7½)

(i) समीकरण निकाय $x + y + z = 6$; $2x - y + z = 3$ तथा $x - 2y + 3z = 6$ को हल कीजिए।

(ii) एक त्रिभुज का परिमाप 45 सेमी है। इसकी सबसे लम्बी भुजा सबसे छोटी भुजा से 8 सेमी छोटी है और सबसे लम्बी भुजा तथा सबसे छोटी भुजा का योग अन्य भुजा से दोगुनी लम्बी है। त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

7. (i) Evaluate : $\int \frac{2x}{(x^2 + 1)(x^2 + 2)} dx$. (7½)

(ii) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 18 & 2 & 10 \end{bmatrix}$, prove that $A (\text{adj } A) = 0$. (7½)

(i) मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{2x}{(x^2 + 1)(x^2 + 2)} dx$.

(ii) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 18 & 2 & 10 \end{bmatrix}$, तो सिद्ध कीजिए कि $A (\text{adj } A) = 0$.

8. (i) Evaluate : $\int_0^1 \log \left(\frac{1}{x} - 1 \right) dx$. (7½)

(ii) Using elementary column transformations to find the

inverse of $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 0 \\ -7 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. (7½)

(i) मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^1 \log \left(\frac{1}{x} - 1 \right) dx$.

(ii) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 0 \\ -7 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात करने के लिए प्रारम्भिक स्तम्भ

रूपान्तरण का उपयोग कीजिए।

9. (i) Evaluate : $\int \frac{x}{x^2 + 3x + 2} dx$. (7½)

(ii) If u is a homogenous function of degree n in x and y then prove that :

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = n(n - 1)u. \quad (7½)$$

(i) मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{x}{x^2 + 3x + 2} dx$.

(ii) यदि u , x तथा y में घात n का समघात फलन है तो सिद्ध कीजिए कि :

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = n(n - 1)u.$$
